第二章　透視図の基本則

１－２節で素朴に定義した透視図もその幾何学的な性質がわかれば机上で元の図形からその透視図を描くことができます。そのような透視図の幾何学的性質を記述する命題を選択して、透視図の作成に必要十分な一組の命題集としてこの章に提示します。個々の命題は幾何学で言えば「定理」でしょうから厳密な「証明」を与える形で進めるのがよいのでしょうが、数学者でない著者は、それらを「基本則」と呼び、日常語を以て「説明」することにします。それぞれの内容が論理的に正しいことは説明から読者自身が感得願います。三次元空間に浮かぶ一次元の直線や二次元の平面をハイパーライン、ハイパープレーンなどと呼ぶことがありますが、そのような空間の直線や平面の関係を映像として直感的に理解する読者のハイパーな想像力を頼みにしています。

個々の内容を理解することは実に容易です。そして、この基本則で得た知識から出発すれば、描かれた透視図が持つ１－３節に述べたような特徴を理解でき、透視図を描く画法を理解して使うことが出来、その先の応用も出来るようになります。この章では描く対象物については特に言及しませんが、目で見ながら描く絵（写生）なら実物を、製図をするなら第三章で説明するように図面で与えられる情報を意味します。

なお、透視図を描くための主役は「点」と「直線」と「平面」だけで、曲線や曲面は主役にはなりません。

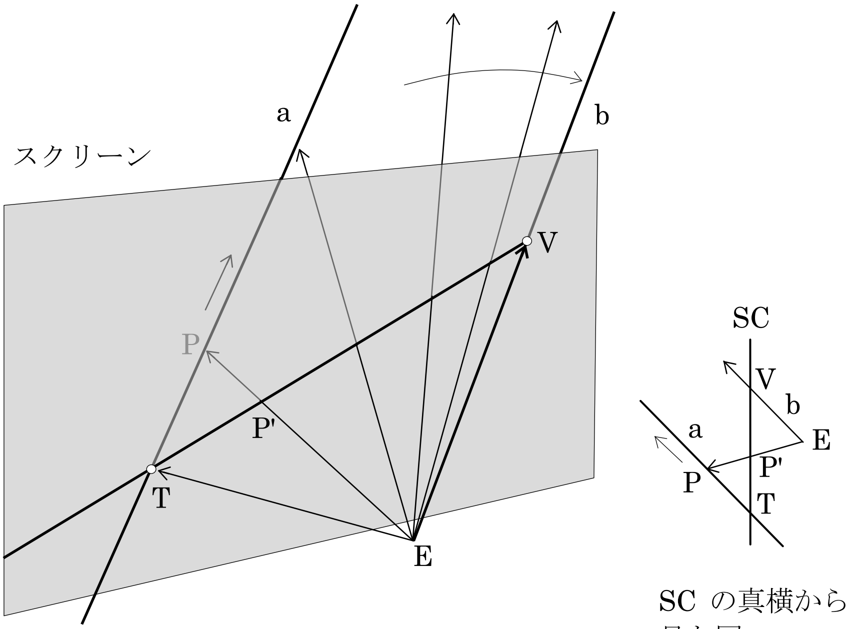
重要な透視図法の用語は最初に出てくるときに定義します。そして、本章末尾の表２－５－１に用語一覧を掲げました。既に「はじめに」でも断ったように、本書で用いる用語は必ずしも多くの専門書で通常用いられるものと一致しません。従って、一覧表には読者の参考のために通常用いられるものを対照して示しました。

２－１　直線の透視図の基本則

まず始めに空中を走る一本の直線の透視図がどのようになるか考えましょう。透視図の描き手の固定された目の位置Eを「観測点」[2-5-1]と呼ぶことにします（通常は「視点」という用語が使われます。２－５節参照)。また、透視図を描く画面を以後は「スクリーン」[2-5-2]と呼ぶことにします（略号はSC)。

図２－１－１において、空中を走る直線aの透視図を描くことを考えます。スクリーンに平行でない直線aは点Tでスクリーンを貫き、他端はスクリーンから遠ざかり無限

の彼方に伸びています。スクリーンとこの直線の交点Tを「脚点」[2-5-3] と呼ぶことにします。スクリーンに平行でこれと交差しない直線は、勿論、脚点がありません。ここではスクリーンに平行でない直線を考察します。



SC の真横から見た図

図２－１－１　直線の透視図を求める

１－２節の透視図の定義に従えば、観測点 E から出た視線が直線 a の上の一点 P を指しているとき、その視線とスクリーンの交点 P' が点 P の透視図です。なお、本書では説明文のなかで、点や直線などの透視図をその「像」（例えば点像など）と呼ぶことがあります。意味は明らかですから特に定義語とはしません。

点 P が直線 a の上を移動し、視線がこれを追いかけると、対応する点像 P' がスクリーン上に軌跡を描きます。点 P が脚点 T を出発して直線 a の上を無限遠点に向かって限りなく進むと、それを追いかける視線は、観測点 E から直線 a に平行に引かれた直線 b に限りなく近づくことがわかります。その極限として点 P が無限点に収束することに対応して視線は直線 b に重なり、点 P' は直線 b がスクリーンと交差する点 V に収束し、それ以上先には進みません。直線 a の透視図の一端は点 V で終わっていることになります。従って点 V を直線 a の透視図の「消点」と呼びます。一方、脚点 T では点 P とその点像 P’ が一致します。結局、直線 a の脚点から無限遠点の間に対応する透視図は、スクリーン上の脚点 T から消点 V に至る連続的な線だということになります。

その連続な線が直線であることを説明しましょう。図２－１－２のように直線 a と観測点 E 含む平面 $\boldsymbol{\alpha}$ （直線 a と点 E で決まる平面）を考えます。前図で直線 a の点 P に向けられた視線は常にこの平面 α の上にあり、点 P を追いかけてこの平面上を走査したことになります。即ち、点像 P’ の軌跡は平面 α とスクリーンの交線に重なります。

平面と平面の交線は直線ですから P’の軌跡は直線です。

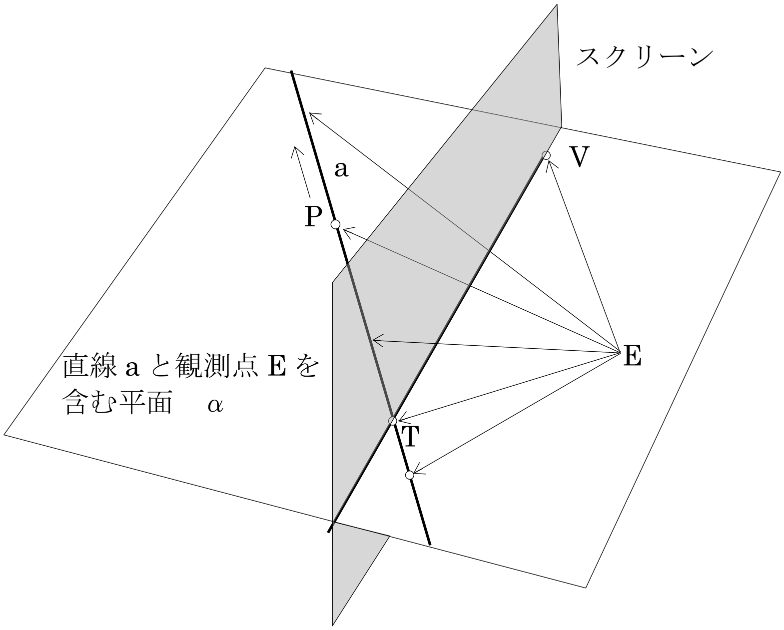


図２－１－２　直線の透視図は直線

結論は、脚点 T から無限遠点までの直線 a の透視図は、スクリーン上で脚点 T と消点 V を結ぶ直線になります。T と V を結ぶ線分 TV を直線 a の「全透視図」と呼びます。

「直線の透視図が直線になる」ことは重要で本質的な法則であり、透視図の作図を非常に容易にします。そして、この直線の透視図がこの先のすべての話の根幹になり、直線と平面の法則はすべてこれから演繹的に引き出すことができます。と言うことは、本書の基礎はこの法則一つで十分と言えます。

以上に述べた直線の透視図の特性をまとめると次のようになります：

【基本則１】（スクリーンに平行でない直線について）直線の消点は、観測点を通りこの直線に平行に引いた直線（視線）が、スクリーンと交差する交点である。直線の透視図は、消点を始点とし脚点を通る半直線である。また、この透視図は、直線と観測点を含む平面がスクリーンと交差する交線の上にある。

直線の透視図が直線になることがわかったので、透視図上に消点とそれ以外のもう一つの点の位置が何らかの方法で決まれば、直線の透視図は描けます。また、直線上

（後略）